Modèles didactiques pour la conception d'un EIAH

Construction de modèles didactiques et informatiques

Résumé : ce poster vise à présenter les modèles didactiques du savoir, de l'élève, des tâches et des parcours conçus dans le cadre d'un EIAH en algèbre et en géométrie.

Mots-clé : EIAH, modèles didactiques, géométrie

Introduction

Nous nous situons dans le cadre de la conception d'un Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain (EIAH) : MindMath. Il s'agit de concevoir une plateforme permettant aux élèves de collège (élèves de 11 à 15 ans) de s'entraîner en algèbre et en géométrie. L'enseignant·e définit un ou des objectifs d'apprentissage sous la forme d'objets ou de propriétés mathématiques à étudier. La plateforme propose alors automatiquement une suite de tâches, que nous appelons « parcours d'apprentissage », en s'adaptant à l'activité de l'élève au fur et à mesure. L'utilisation de la plateforme n'est pas pensée pour être indépendante ou pour se substituer à un enseignement en classe des savoirs en jeu. Elle constitue un accompagnement lors de ces apprentissages.

Dans ce poster, nous présentons les modèles didactiques utilisés pour concevoir la plateforme. Issus d'une collaboration entre chercheurs et chercheuses en didactique des mathématiques et en informatique, ils permettent de représenter didactiquement, et informatiquement, les savoirs, l'élève, les tâches, les parcours et les rétroactions. Ici, nous laissons de côté les rétroactions.

Parcours d'apprentissage

Les parcours d'apprentissage sont des suites de tâches organisées pour répondre à un objectif d'apprentissage qui est ici défini par l'enseignant·e utilisant la plateforme. Nous combinons deux approches pour organiser ces tâches. D'une part, une approche épistémologique en situant les tâches les unes par rapport aux autres en se basant sur le savoir mis en jeu dans leur résolution. D'autre part, une approche plus cognitive en concevant des parcours adaptés à l'activité mathématique de l'élève sur des tâches plus ou moins proches. Ces deux approches font apparaître la nécessité de définir et caractériser la notion de tâche, le savoir en jeu et l'activité mathématique de l'élève. C'est pourquoi nous présentons par la suite les différents modèles qui permettent leur représentation didactique et informatique en proposant des exemples en géométrie.

Modèle du savoir

Nous nous situons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) (Chevallard, 1999) pour modéliser le savoir en jeu dans la plateforme en prenant en compte l'institution dans laquelle se trouvent les élèves. Nous utilisons en particulier la notion de praxéologie et ses organisations en praxéologies locales, régionales et globales pour décrire les savoirs en géométrie.

De plus, nous utilisons la notion de modèle praxéologique de référence (MPR) introduite par Bosch et Gascón (2005) pour décrire les aspects épistémologiques des objets de savoir d'un domaine mathématiques et les praxéologies associées à un rapport idoine au savoir visé dans les institutions considérées. Le MPR se décrit en termes d'organisations praxéologiques.

Ainsi, nous construisons un MPR, que nous ne détaillerons pas ici, pour chacun des domaines mathématiques pris en compte dans la plateforme MindMath. Pour les implémenter, nous travaillons dans le cadre T4TEL (Chaachoua, 2018) comme nous le verrons par la suite.

Modèle de l'activité de l'élève

Nous situons les apprentissages de l'élève par rapport aux savoirs visés dans l'institution dans laquelle il ou elle se situe. Ainsi, l'élève construit un rapport personnel aux objets de l'institution au fur et à mesure de ses rencontres avec ces objets dans les différentes institutions par lesquelles il ou elle passe. Or, dans une institution donnée et à un temps donné, le rapport personnel qu'entretient l'élève aux objets en jeu peut être en décalage avec le rapport attendu. Nous appelons alors besoins d'apprentissage ce qu'il est « nécessaire de travailler pour faire évoluer son rapport personnel actuel vers un rapport personnel idoine au regard des attendus de l'institution » (Jolivet et al., 2021, p. 125). Les besoins d'apprentissage sont définis par rapport au MPR du domaine mathématique.

Afin de caractériser ces besoins d'apprentissage pour les exploiter dans la plateforme, nous nous appuyons sur le modèle de l'apprenant développé par Grugeon (1997). Ce modèle permet de décrire le rapport personnel de l'élève aux objets de l'institution en termes de cohérences dans les raisonnements régulièrement employés par l'élève pour résoudre les tâches d'un domaine mathématique donné. À partir d'un MPR, nous hiérarchisons ainsi les technologies et théories mobilisées par les élèves au regard des technologies et théories attendues dans l'institution. Ce travail nous permet de définir a priori des modes de justification, associés à des besoins d'apprentissage, et de faire des inférences sur le parcours le plus adapté à l'élève.

En géométrie, nous définissons trois modes de justification qui se déclinent selon les différentes organisations praxéologiques locales définies dans le MPR. Nous nous intéresserons ici en particulier aux modes de justification pour la praxéologie locale de construction de figures planes :

• un mode de justification dit « ancien » : construction au jugé et validée par la perception ou le recours à la mesure ;

• un mode de justification dit « en construction » ou « incomplet » : construction qui reste dans le paradigme des constructions molles au sens de Laborde (2005) et/ou construction appuyée sur un raisonnement qui présente des technologies erronées ;

• un mode de justification dit « attendu » : construction robuste appuyée sur une argumentation heuristique correcte, une validation théorique peut être mise en œuvre.

Modèle des tâches

Nous utilisons le cadre T4TEL pour représenter les tâches et leur organisation. À partir du découpage en organisations praxéologiques locales du domaine, nous définissons des générateurs de types de tâches et des variables de types de tâches au sens de Chaachoua et al. (2019). Un générateur de types de tâches se présente sous la forme GT = [Verbe d'action ; complément fixe pris parmi les objets du domaine ; ensemble de variables de types de tâches]. Les variables de types de tâches structurent le domaine étudié. Elles sont directement issues du découpage praxéologique opéré dans la construction du MPR. Pour le générateur GT1 = [Construire ; un triangle], il s’agit des variables « nature du triangle à construire » (VT1) et « données de l’énoncé » (VT2). En attribuant des valeurs différentes aux variables de types de tâches, nous définissons des types de tâches.

Pour décrire les tâches proposées aux élèves, nous avons jugé pertinent d’introduire un nouveau type de variables : les variables de tâches (Grugeon-Allys et al., 2018 ; Jolivet et al., 2021). Ces variables permettent de définir ce que nous appelons des familles de tâches en caractérisant d’une part la portée de certaines techniques (variables Vt_P) et d’autre part la complexité des tâches d’une même famille (variables Vt_C). Ainsi, « une famille de tâches est un ensemble de tâches que le choix des valeurs des variables nous amène à considérer comme semblables à l’aléatoire de génération près » (Jolivet et al., 2021, p. 131). Pour la praxéologie locale de construction en géométrie, nous avons défini :

• Vt_P1 : éléments déjà tracés de la figure à construire ;

• Vt_P2 : outils disponibles pour la construction ;

• Vt_C1 : nombre minimum de propriétés à mobiliser pour résoudre la tâche ;

• Vt_C2 : registre de représentation de l’énoncé et désignation du triangle dans l’énoncé ;

• Vt_C3 : présence d’objet(s) géométrique(s) externe(s) à la figure à construire (quadrillage, autre figure à l’intérieur de ou sur laquelle il faut construire le triangle, etc.).

Le rôle de la variable Vt_P2 est particulièrement intéressant. Le fait d’empêcher l’utilisation de certains outils de construction permet de disqualifier certaines techniques et rend nécessaire la mobilisation d’autres techniques et technologies visées. La variable Vt_C1 a, elle, un statut à part. Très importante dans la construction des parcours, elle dépend entièrement du choix de valeur des autres variables de types de tâches et de tâches.

Modèle des parcours

Les parcours d’apprentissage sont des suites de tâches proposées aux élèves en s’adaptant à leur activité, c’est-à-dire ici à leur mode de justification. Pour définir les tâches du parcours, nous nous appuyons sur les variables de types de tâches et de tâches. Pour un objectif d’apprentissage à un niveau scolaire donné, nous définissons la tâche cible que tou·te·s les élèves doivent être amené·e·s à résoudre pour considérer l’objectif atteint. En fonction du mode de justification de l’élève, nous proposons des tâches plus ou moins en amont et en aval de cette cible. En géométrie par exemple, si l’objectif d’apprentissage est la construction d’un triangle isocèle en utilisant la propriété de la somme des angles. La tâche cible pourra être caractérisée par les variables suivantes : {VT1 : triangle isocèle ; VT2 : angle au sommet et côté base (ce dernier étant déjà tracé (Vt_P1)) ; Vt_P2 : constructeur d’angle ; Vt_C1 : 2 (angles à la base égaux, somme des angles dans un triangle) ; Vt_C2 : énoncé dans le langage naturel, désignation par « triangle isocèle »}.

Pour les élèves dont le mode de justification relève du mode ancien, nous proposons d’abord une tâche de construction « directe » d’un triangle scalène non rectangle à partir de deux angles et du côté entre les deux. Une deuxième tâche serait la construction d’un triangle isocèle à partir de sa base et d’un angle à la base. Il s’agirait alors de mobiliser une propriété des triangles isocèles : les angles à la base sont égaux. La tâche cible pourrait ensuite être proposée. Pour les élèves dont le mode de construction relève déjà d’un mode attendu, il est envisagé de proposer directement la tâche cible puis de proposer des tâches mettant en jeu de plus en plus de propriétés qu’il faut articuler dans un raisonnement déductif. Pour les élèves dont le mode de construction relève d’un mode incomplet, nous pouvons commencer par la construction du triangle isocèle à partir de sa base et d'un angle à la base avant de proposer la tâche cible puis des tâches permettant d'aller plus loin.

À noter que dans la plateforme MindMath, ce travail didactique et informatique est complété par des algorithmes dits d'*adaptive learning*, implémentés par une entreprise spécialisée dans « le big data pour l'apprentissage ». C'est un travail toujours en cours que nous n'aborderons pas ici.

Conclusion et perspectives

Nous avons montré que l'appui sur un MPR et une modélisation de l'activité de l'élève sous la forme de modes de justification permettent de concevoir un EIAH à destination d'élèves de collège en algèbre et en géométrie. Il reste à mener des expérimentations sur le long terme afin d'étudier les articulations possibles avec des séquences menées par l'enseignant·e en classe entière et de déterminer si les choix didactiques effectués permettent effectivement un apprentissage des notions visées.

Bibliographie

Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans A. Mercier et C. Margolinas (dir.), *Balises pour la didactique des mathématiques : cours de la 12e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 107-122). La pensée sauvage, Grenoble.

Chaachoua, H. (2018). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. Dans J. Pilet et C. Vendeira (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques 2018* (p. 8-25). IREM de Paris - Université Paris Diderot.

Chaachoua, H., Bessot, A., Romo, A., & Castela , C. (2019). Developments and functionalities in the praxeological model. Dans M. Bosch, Y. Chevallard, F. Javier Garcia et J. Monaghan (dir.), *Working with the anthropological theory of the didactic : A comprehensive casebook* (p. 41-60). Routledge.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-265.

Grugeon, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des Mathématiques*, *17*(2), 167-209.

Grugeon-Allys, B., Chenevotot-Quentin, F., Pilet, J., & Prévit, D. (2018). Online automated assessment and student learning : The PEPITE project in elementary algebra. Dans L. Ball, P. Drijvers, S. Ladel, H.-S. Siller, M. Tabach, & C. Vale (dir.), *Uses of Technology in Primary and Secondary Mathematics Education* (p. 245-266). Springer.

Jolivet, S., Lesnes-Cuisiniez, E., & Grugeon-Allys, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : prise en compte et apports de modèles didactiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 26,* 117-156.

Laborde, C. (2005). Robust and soft constructions : two sides of the use of dynamic geometry environments. Dans S.-C. Chu, H.-C. Lew & W.-C. Yang (dir.), *Proceedings of the 10th asian technology conference in mathematics* (p. 22–36). Blacksburg : ATCM.