

# Une approche inter-didactique de l'enseignement et l'apprentissage de la mesure

**Résumé :** Dans cette communication nous proposons de montrer comment l'articulation entre les didactiques des mathématiques et de la physique peut éclairer certaines problématiques didactiques propres à l'enseignement de chacune des deux disciplines. Pour cela nous nous appuyons sur des recherches sur l'enseignement et l'apprentissage de la mesure qui croisent les didactiques des mathématiques et de la physique et la psychologie cognitive. Nous présentons dans un premier temps une synthèse de nos travaux antérieurs montrant le caractère heuristique pour les chercheurs d'une distinction explicite entre aspects empiriques et théoriques de la mesure. Nous présentons ensuite des travaux en cours qui, d'une part, questionnent la possibilité de prendre en charge plus explicitement cette distinction en classe, d'autre part qui tentent de comprendre comment les élèves construisent et conceptualisent la mesure, en prenant en compte la dimension cognitive. Pour finir nous discutons de manière plus générale le type d'articulation des didactiques à l'œuvre dans ces recherches, les apports pour chacune des deux didactiques, les questions encore en suspens.

**Mots-clé :** mesure, incertitudes, modélisation, inter-didactique

## Introduction

La question de l'« articulation » entre mathématiques et physique est à la fois légitimée par les disciplines de référence et prescrite dans les instructions officielles depuis de nombreuses années. L'articulation entre les didactiques de ces deux disciplines se justifie dès lors qu'il s'agit d'aborder des problématiques interdisciplinaires, mais dans cette communication nous nous proposons de montrer comment elle peut également éclairer les problématiques didactiques propres à l'enseignement de chacune des deux disciplines. Pour cela nous nous appuyons sur des recherches que nous développons depuis plusieurs années sur la mesure en croisant didactique des mathématiques et de la physique et plus récemment psychologie cognitive.

Ce travail s'inscrit dans la continuité de travaux menés au LIRDEF depuis plus de 20 ans sur l'enseignement des grandeurs et la mesure. Ces travaux portaient au départ sur la construction des grandeurs et questionnaient la pertinence d'activités de modélisation de situations de physique pour construire des concepts mathématiques. Ils se sont progressivement orientés sur des problématiques liées à la mesure et aux incertitudes, avec toujours en ligne de mire la question de la modélisation. L'arrivée dans l'équipe d'A. Chesnais nous ont amenées à croiser nos regards sur les difficultés rencontrées par les élèves et les enseignants identifiées dans nos travaux respectifs. Nous avons montré que certaines d'entre elles pouvaient être interprétées en termes de difficultés à appréhender la distinction et les relations entre les valeurs obtenues en utilisant des instruments et celles qui peuvent être déterminées en utilisant des lois, théorèmes ou définitions (Munier et al., 2017). Le croisement des didactiques des mathématiques et de la physique nous a ainsi conduites à interroger les différents aspects du concept de mesure, à re-questionner les savoirs en jeu dans les deux disciplines et à proposer de distinguer explicitement les aspects empiriques et théoriques de la mesure.

Nous présentons tout d'abord quelques éléments théoriques sur la mesure, puis la distinction que nous proposons entre mesure théorique et mesure empirique. Nous synthétisons ensuite les travaux que nous avons menés ces dernières années mobilisant cette distinction, qui montrent en quoi elle est heuristique pour les chercheurs. Nous présentons ensuite nos questions de recherches actuelles concernant d'une part la possibilité de prendre en charge plus explicitement cette distinction en classe, d'autre part pour tenter de comprendre comment les élèves construisent et conceptualisent la mesure, en prenant en compte la dimension cognitive. Pour finir nous discutons de manière plus générale le type d'articulation des didactiques à l'œuvre dans ces recherches, les apports pour chacune des deux didactiques, les questions qui sont encore en suspens et des pistes de recherche qui se dégagent de ces travaux.

## **L'enseignement et l'apprentissage de la mesure**

### **La notion de mesure**

La notion de mesure est incontournable, aussi bien en mathématiques qu'en sciences expérimentales (Smith et al., 2011). Elle fait donc tout naturellement partie des sujets classiquement pris en charge par les curricula, en mathématiques et en sciences, dans la plupart des pays (rapport PISA, ODCE, 2009). Les didacticiens des mathématiques l'incluent dans la liste des *powerful mathematical ideas* qui « transcendent les domaines » (Langrall et al., 2008) et elle se trouve ainsi non seulement à l'articulation des mathématiques et de la physique mais aussi, au sein même des mathématiques, à l'articulation des domaines « numération », « géométrie » et « grandeurs et mesures » (Smith et al., 2011; Chambris & Dougherty, 2013).

Si la notion de mesure est centrale dans ces deux disciplines, les définitions qu'elles en donnent diffèrent. En physique la définition de la mesure renvoie à l'opération matérielle de mesurage : « processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur » (BIPM, 2008), ce processus conduisant à un résultat donné sous la forme d'une valeur et d'un intervalle de confiance (Perdijon, 2012). En mathématiques la mesure est définie comme une fonction d'un ensemble d'« objets » (qui restent néanmoins à définir) dans  $\mathbb{R}^+$  (Perrin, 2011), le « résultat » d'une mesure étant donc, par définition même, un réel unique. On est donc amenés à manipuler une notion qui porte le même nom dans les deux disciplines mais qui renvoie dans chacune d'elles à la fois à des éléments partagés et à des différences sur lesquelles nous reviendrons plus loin. Cela a nécessairement des implications lorsqu'il s'agit de construire un enseignement cohérent de la mesure au sein et à l'interface de chacune de ces disciplines et cela légitime, voire rend nécessaire, l'articulation de leurs didactiques.

### **Mesure théorique / mesure empirique**

Des analyses épistémologiques croisées nous ont conduites à proposer une distinction entre « mesure théorique » et « mesure empirique » que nous décrivons brièvement ci-dessous (pour plus de détails voir (Chesnais et Munier, 2016) et (Munier et Chesnais, 2020)). Nous appelons mesure théorique une mesure obtenue à partir de calculs, sur la base d'informations données (par exemple la détermination d'une intensité en utilisant la loi d'Ohm ou d'une longueur à l'aide du théorème de Pythagore), ou fournie comme donnée d'un problème. Le terme mesure empirique désigne une valeur résultant d'une action matérielle avec un instrument, par exemple lorsque l'on mesure une tension à l'aide d'un voltmètre ou une longueur à l'aide d'une règle. Par nature les mesures empiriques sont des nombres décimaux, assortis d'un intervalle de confiance, tandis que les mesures théoriques sont des nombres réels et sont considérées comme des valeurs exactes. Dans

certains cas où les deux « existent », valeurs empiriques et théoriques sont égales, mais, la plupart du temps, elles ne coïncident pas et les mesures empiriques sont des valeurs approchées des mesures théoriques. Cela entraîne une incompatibilité apparente entre la définition de la mesure en mathématiques comme une fonction réelle positive et celle de la mesure en physique qui résulte de l'utilisation d'un instrument. Bien sûr, cela ne constitue pas une contradiction pour l'expert qui sait comment gérer les relations entre ces deux objets (tout en utilisant le même terme pour les deux), et qui différencie les mesures, quand cela est nécessaire, en ajoutant « exacte » ou « approchée ». Cependant cela peut entraîner des difficultés pour les élèves qui doivent à la fois construire les différentes dimensions de la mesure et les articuler, alors même que l'enseignement de la mesure théorique s'appuie sur la pratique du mesurage. Certaines difficultés des élèves peuvent ainsi s'expliquer par des conflits, des difficultés d'identification, de hiérarchisation et d'articulation entre les dimensions empiriques et théoriques de la mesure.

Nous nous sommes intéressées à la prise en charge de ces difficultés et plus largement des aspects empiriques et théoriques de la mesure par les didactiques des mathématiques et de la physique (Chesnais et Munier, 2016). En didactique de la physique, la plupart des études sur la mesure se sont focalisées sur les raisonnements des élèves et étudiants sur les incertitudes (Lubben et Millar, 1996, Maisch et al., 2008), donc sur des questions liées à la mesure empirique. Ces travaux ont montré que les élèves ne disposent que de très peu des outils conceptuels permettant de raisonner sur la dispersion des résultats de mesure (Séré et al., 2001) et que nombre d'entre eux considèrent qu'avec suffisamment de soin il est possible d'obtenir la « bonne » valeur d'une grandeur. Les rares études qui se sont intéressées à la prise en compte de la mesure dans l'enseignement de la physique ont montré que les questions de variabilité et d'incertitudes sont peu prises en charge dans l'enseignement. Séré pointe notamment chez les enseignants « une résistance certaine à aborder avec leurs élèves le problème des incertitudes » (Séré et al., 1998), notamment par crainte que les élèves deviennent sceptiques vis-à-vis de l'expérience. En didactique des mathématiques, les travaux de recherche portent essentiellement sur la construction du sens de la mesure théorique (notion d'unité et itération de l'unité, échelle, graduation etc.). La mesure empirique n'apparaît donc pas comme un objet d'apprentissage en soi (elle n'a, de fait, pas de « légitimité » en mathématiques). L'incertitude des mesures empiriques n'apparaît que comme objet dans les études sur l'enseignement des statistiques, comme « exemple paradigmatique de variabilité » (Chevallard et Wozniak, 2003). Toutefois, la question du rapport entre aspects empiriques et théoriques de la mesure se pose nécessairement dans les travaux portant sur l'enseignement de la géométrie, en particulier sur la question de l'articulation entre paradigmes géométriques. Mais lorsque des difficultés apparaissent<sup>1</sup>, elles sont interprétées comme une problématique liée non pas à la conceptualisation de la mesure, mais aux connaissances numériques des élèves (qui ne considèrent comme mesures possibles que des nombres décimaux).

Cette étude de la littérature montre des difficultés des élèves et des enseignants à gérer la dispersion des mesures empiriques (en physique) et le rapport entre les aspects empiriques et les aspects théoriques de la mesure, et que cette question est très peu prise en charge en tant que telle par la recherche en didactique, en France comme ailleurs (Smith et al. 2011; Chambris & Dougherty, 2013 ; Séré et al., 2001).

---

<sup>1</sup> Par exemple les difficultés qui se posent aux élèves (et aux enseignants) en lien avec la distinction et le rapport entre valeurs approchées et valeurs exactes ou lorsque les élèves utilisent un instrument pour valider une propriété au lieu d'une démonstration (Kuzniak, 2009) ou même lorsqu'ils arrondissent les valeurs non décimales trouvées pour des mesures de longueurs en appliquant le théorème de Pythagore (Jacquier 1995).

## **Résultats des études antérieures** (Chesnais et Munier (2016) et Munier et Chesnais (2020))

Nous avons montré l'intérêt, pour le chercheur, de distinguer mesure empirique et mesure théorique pour préciser les savoirs en jeu et les enjeux d'apprentissage liés à la mesure. Sur le plan épistémologique cette distinction permet de montrer, d'une part, que le rôle des mesures empiriques n'est pas le même dans les deux disciplines : si la mesure empirique permet d'établir une loi en physique<sup>2</sup>, elle ne permet en mathématiques que de faire des conjectures, les propriétés / théorèmes devant ensuite être démontrés ; d'autre part, que le statut des connaissances construites à partir de ces mesures diffère : les lois ainsi obtenues ont un statut de modèle en physique, avec en particulier des limites de validité, alors qu'en mathématiques les théorèmes ont un statut de « vérité »<sup>3</sup>. La distinction entre mesure empirique et mesure théorique permet également d'explicitier les enjeux épistémologiques et didactiques liés à la mesure et aux incertitudes en mathématiques et en physique. On peut en effet considérer que dans l'enseignement obligatoire français, certains enjeux d'apprentissage relèvent de la mesure théorique (notion d'unité, sens de la mesure), d'autres de la mesure empirique (usage des instruments, unités conventionnelles, dispersion et d'incertitudes), d'autres du rapport entre les deux. Certains enjeux cruciaux nous semblent être tout d'abord la construction de l'idée même de mesure théorique, dont on peut penser qu'elle « n'existe pas » pour les élèves au début de la scolarité où la mesure est introduite comme étant « ce que donne l'instrument » ; concernant la distinction et l'articulation entre mesure théorique et empirique, il s'agit de résoudre la contradiction apparente entre le fait que, lorsqu'on fixe une unité, il y a unicité de la mesure théorique, tandis que les mesures empiriques sont sujettes à dispersion. Il s'agit également, pour les élèves, d'apprendre à distinguer les situations dans lesquelles chacune est pertinente et les liens qu'elles entretiennent, ce qui est souvent loin d'être explicite et renvoie à des enjeux d'ordre épistémologique plus larges, notamment la compréhension de la notion de modèle et de la distinction entre modèle et réalité.

Nous avons également montré que cette distinction permet d'interpréter certaines difficultés des élèves et des enseignants. Par ailleurs, les analyses de manuels scolaires de collège que nous avons réalisées (Chesnais et Munier, 2016 ; Munier et Chesnais, 2020) montrent que les enjeux liés à la mesure empirique sont très peu pris en charge comme objets d'enseignement. Ces travaux antérieurs montrent ainsi que la distinction et l'articulation entre les aspects empiriques et théoriques de la mesure constituent des savoirs « transparents » (au sens de Margolinas et Laparra 2011) dans l'enseignement (Chesnais 2018).

## **Questions de recherche actuelles**

Au-delà de son intérêt pour le chercheur, nous faisons l'hypothèse que distinguer explicitement mesure empirique et mesure théorique en classe peut constituer un outil didactique pour permettre une prise en charge plus cohérente et plus efficace des enjeux didactiques et épistémologiques liés à la mesure. Des expérimentations ont été menées pour tester la pertinence de l'explicitation de cette distinction dans les classes dans le cadre d'un travail collaboratif entre chercheurs et enseignants. Ce travail a montré qu'une explicitation de la distinction entre mesure empirique et mesure théorique auprès des enseignants permet de lever au moins en partie la « transparence » de la distinction et du rapport entre les deux aspects de la mesure, et d'en faire des objets d'apprentissage et de discours dans les classes, amenant notamment à dépasser le recours au contrat (« on n'a pas le

---

<sup>2</sup> Nous limitons dans cette étude au cas des lois établies empiriquement à partir de mesures.

<sup>3</sup> Dans une théorie bâtie sur un système d'axiomes donné et vérifiant le principe de non-contradiction..

droit de mesurer ») pour justifier le recours à la démonstration en faisant référence à la nature des mesures sur lesquelles doivent porter les propriétés des figures. Toutefois, les moyens en termes de tâches et de moyens langagiers pour une prise en charge efficace restent à affiner (Chesnais, 2021).

Dans le cadre de ces expérimentations en classe, des questionnaires ont été élaborés pour tenter de caractériser les conceptions des élèves sur la mesure et notamment comprendre la manière dont ils articulent ses aspects empiriques et théoriques. Ils ont permis de mettre en évidence une dépendance des réponses des élèves au contexte de scolarisation (éducation prioritaire ou milieu « ordinaire »), mais également certaines limites. D'une part certaines réponses d'élèves sont difficiles à interpréter, d'autre part des tâches qui paraissaient similaires selon certains critères didactiques ne sont pas réussies de la même manière par les élèves. Les variables didactiques identifiées lors de l'élaboration et de l'analyse a priori des tâches proposées aux élèves (grandeur en jeu, nature des nombres, etc.) ne sont donc pas suffisantes pour expliquer la variabilité des réponses des élèves. Ces premières analyses ont ainsi montré la nécessité, pour comprendre la manière dont les élèves construisent et conceptualisent la mesure, de prendre en charge les dimensions cognitives. Cela nous a amenés à initier une collaboration avec des chercheurs en psychologie cognitive (L. Brunel, P. Charras et A. Tricot) pour étudier la conceptualisation de la notion de mesure. Il s'agit de tenter de comprendre comment les différents aspects de la mesure se construisent et s'articulent d'un point de vue cognitif et notamment comment se construit l'idée de mesure théorique sur la base de la mesure empirique, enfin comment l'idée de mesure empirique évolue de par cette construction.

Des premiers tests ont été élaborés en 2021 pour étudier les performances des élèves dans des tâches mettant en jeu explicitement soit des mesures empiriques soit des mesures théoriques. Nous avons en outre développé des questions visant à étudier la construction par les élèves de l'idée même de mesure théorique (réelle, exacte). Nous avons étudié les performances d'environ 500 élèves de cycle 3 (10 classes de CM et 10 classes de 6<sup>ème</sup>) en faisant varier l'accessibilité des connaissances et/ou des techniques nécessaires pour réaliser la tâche, la difficulté de la tâche et le type de mesure en jeu. L'objectif de cette première étape est d'identifier et de comprendre la variabilité des réponses des élèves en étudiant leurs performances sur les tâches développées dans les différentes conditions lorsqu'on impose (via les consignes et/ou le matériel à disposition des élèves) le type de procédure à mobiliser. Les résultats sont en cours de dépouillement et pourront être présentés lors du colloque. Dans un second temps il s'agira de développer un questionnaire permettant de caractériser la manière dont les élèves hiérarchisent et articulent mesures empirique et théorique.

## **Discussion**

Si l'introduction d'une distinction explicite entre mesure théorique et mesure empirique a d'ores et déjà montré un certain pouvoir heuristique en permettant d'éclairer certaines problématiques didactiques, elle pose aussi un certain nombre de questions.

Tout d'abord, la question de la nature même de cette distinction conceptuelle n'est pas tranchée. Elle semble transparente à la fois dans les classes et dans les recherches en didactiques, probablement du fait de sa naturalisation dans les savoirs savants, à la fois en mathématiques et en physique. Ces notions n'ont pas lieu d'être dans la sphère savante car elles ne sont pas nécessaires (tout au moins sous une forme explicite) à l'expert pour faire de la physique ou des mathématiques, en revanche nous considérons qu'elles sont nécessaires pour les chercheurs pour comprendre les phénomènes d'enseignement apprentissage, et pour les enseignants, pour interpréter les erreurs des

élèves et choisir des tâches potentiellement plus riches en termes d'apprentissage, voire pour les élèves pour favoriser leur conceptualisation de la mesure. Peut-on considérer qu'il s'agit de savoirs du second ordre au sens de Chambris (2010) ? De savoirs que l'on pourrait qualifier de « didactiques » ? Il nous semble que cette question se doit d'être approfondie.

La question de la prise en charge langagière de cette distinction est également encore ouverte, sur le plan de la recherche comme dans la classe. Le terme mesure théorique peut paraître problématique, notamment du fait de l'amalgame qu'il peut occasionner entre modèle et théorie en physique. De plus, pour certains élèves, « théorique » renvoie à inatteignable alors qu'en mathématiques la valeur théorique est « connaissable » (au sens de calculable). En mathématiques on pourrait penser que les termes de valeur approchée/valeur exacte serait un bon candidat mais cette terminologie s'appuie sur les relations entre deux objets dont l'un n'est pas nécessairement construit par les élèves : comment parler de valeurs approchées « qui ne sont approchées de rien »<sup>4</sup> (si l'idée qu'il existe une mesure théorique n'est pas construite) ? Nos travaux ont d'ailleurs mis en évidence que pour certains élèves c'est parfois la mesure théorique, obtenue avec la calculatrice, qui est une valeur approchée de la « vraie valeur », obtenue avec l'instrument. De plus, le terme « exacte » renvoie à une valeur réelle qui peut poser problème en physique. L'emploi du terme « valeur vraie » n'est pas non plus envisageable pour plusieurs raisons, au-delà de la charge métaphysique qu'il porte et que nous ne discutons pas ici. D'abord parce que la notion de mesure théorique ne se superpose pas avec la notion de valeur vraie en physique, qui est caractérisée par la non unicité et son caractère inconnaissable (Grégis, 2016). De plus, ce terme est susceptible de générer des malentendus dans les classes parfois la valeur vraie pour l'élève est la mesure empirique alors que pour les enseignants cette « vraie valeur » est la mesure théorique. La recherche d'une terminologie qui permette de mettre en cohérence mathématiques et physique est donc une question complexe qui doit encore être explorée.

La compréhension des processus cognitifs engagés par les élèves lorsqu'ils réalisent des tâches mettant en jeu des mesures et la manière dont ces processus évoluent est également une question fondamentale pour pouvoir repenser la place de la mesure dans les curricula de façon plus cohérente sur le plan épistémologique en mathématiques, en physique et entre ces disciplines, en lien avec l'apprentissage d'autres notions. Elle nécessite, nous l'avons initié, un second croisement des champs de recherche entre les didactiques et la psychologie cognitive.

Concernant les modalités d'articulation entre les deux disciplines, nous avons montré que les travaux développés en croisant les regards des deux didactiques permettent de préciser les savoirs en jeu et les enjeux d'apprentissage, ainsi que d'analyser les ressources à destination des enseignants dans chacune des deux disciplines. Ils nous ont également amenés à revisiter certains travaux de didactique de ces deux disciplines, notamment les travaux portant sur l'enseignement de la géométrie, et à porter un autre regard sur les productions des élèves et les pratiques des enseignants. Pour ne donner que quelques exemples, en physique, le fait que les élèves donnent souvent une unique valeur comme résultat d'un mesurage empirique, qu'ils considèrent comme des erreurs l'écart entre les valeurs mesurées et les valeurs de référence, qu'ils cherchent « la bonne valeur », la demandent à l'enseignant, peut être interprété comme une mauvaise compréhension de la variabilité de la mesure empirique et/ou une « confusion » entre mesure théorique et mesure empirique, en tout cas comme une difficulté à articuler les aspects empiriques et théoriques. En

---

<sup>4</sup> Pour paraphraser Lebesgue évoquant l'approximation des réels par les décimaux lorsque les réels n'ont pas encore été construits (Lebesgue, p. 18).

mathématiques, cette distinction permet d'interpréter le fait que certains élèves mesurent sur des figures par le fait qu'ils n'ont pas construit l'idée même de mesure théorique (ce qui « prolonge » d'une certaine manière le fait que certains élèves ne font pas la distinction entre dessin et figure au sens de Laborde et Capponi (1994)). Elle permet enfin de proposer une autre interprétation du fait que les élèves n'acceptent que des nombres décimaux comme mesures, interprétée dans la littérature par le fait qu'ils ne reconnaissent pas les i-décimaux (Bronner 1997) comme des nombres : on peut aussi considérer qu'ils ne les reconnaissent pas comme des mesures parce qu'ils ne peuvent pas correspondre à des résultats de mesurage empirique (notamment si l'idée de mesure théorique n'est pas construite et si, pour eux, la mesure est ce que donne un instrument), le fait de ne pas les reconnaître comme nombre en constituant alors plutôt une conséquence.

Ces travaux nous ont permis de mettre en évidence la « transparence » du rapport entre les aspects empiriques et théoriques de la mesure. Ils permettent également d'envisager les potentialités de cette distinction pour l'enseignement des mathématiques et de la physique même si comme nous venons de le discuter la question des modalités pratiques de cette distinction reste encore largement à explorer. Il nous semble qu'il y a là un enjeu important pour les deux didactiques.

## Bibliographie

Bureau International des Poids et Mesures. (2008). Evaluation des données de mesure – guide pour l'expression de l'incertitude de mesure. BIPM, consulté le 28 janvier 2022 sur <http://www.bipm.org/en/publications/guides>.

Bronner, A. (1997). *La question du numérique : le numérique en question*. [Habilitation à diriger des recherches, Université Montpellier 2].

Chambris, C. (2010). Relations entre grandeurs, nombres et opérations dans les mathématiques de l'école primaire au 20<sup>e</sup> siècle : théories et écologie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30, 317-366.

Chambris, C. & Dougherty, B., (2016). Call for paper Topic Study Group 9, ICME 13, Hambourg, July, 24-31. [http://www.icme13.org/files/tsg/TSG\\_9.pdf](http://www.icme13.org/files/tsg/TSG_9.pdf).

Chesnais, A. (2018). *Un point de vue de didactique des mathématiques sur les inégalités scolaires et le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement*. [Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Montpellier]. tel-02046178

Chesnais, A. (2021). Enhancing classroom discourse about measure to foster a conceptual understanding of geometrical practices. *ZDM Mathematics Education*, 53, 337–357 (2021). <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01255-0>.

Chesnais, A. et Munier, V. (2016). *Mesure, mesurage et incertitudes : une problématique inter-didactique mathématiques / physique*. Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques 2014-2015. La Pensée Sauvage : Grenoble.

Chevallard, Y. & Wozniak, F. (2003) Enseigner la statistique au secondaire. Entre genre prochain et différence spécifique. Cours donné à la XII<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 20-29 août 2003). In Mercier, A. & Margolinas, C. (Eds), *Balises pour la didactique des mathématiques*, La Pensée sauvage, Grenoble, 195-218.

Grégis, F. (2016). La valeur de l'incertitude : l'évaluation de la précision des mesures physiques et les limites de la connaissance expérimentale. [Thèse de doctorat, Université Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot]

Jacquier, I. (1995). Quelles conceptions des nombres chez des élèves de 3<sup>ème</sup> ? *Petit x* 41 27-50.

Kuzniak, A. (2009). Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Sur la nature du travail géométrique dans le cadre de la scolarité obligatoire. dans I. Bloch et F. Connes (dir.) Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. La géométrie, les documents pour l'enseignement, le métier de chercheur en didactique. Cours de la XIV<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques. La pensée Sauvage : Grenoble, 23-42.

Laborde, C., Capponi B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 14/1-2 165-209.

Langrall, C. W., Mooney, E. S., Nisbet, S., & Jones, G. A. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*, 2nd edition. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Lebesgue, H. (1966). *Measure and the Integral*. Translated and edited with a bibliographical essay by Kenneth O. May; Holden-Day, Inc.

Lubben, F. et Millar, R (1996). Children's ideas about the reliability of experimental data. *International Journal of Science Education*, 18(8), 955-968.

Maisch, C., Ney, M. et Balacheff, N. (2008) Quelle est l'influence du contexte sur les raisonnements d'étudiants sur la mesure en physique ? *Aster* 47, 43-70.

Margolinas, C. et Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J.Y. Rochex et J. Crinon (Eds.), *La construction des inégalités scolaires*. Rennes : PUR.

Munier, V., Chesnais, A. et Molvinger, K. (2017). La mesure en mathématiques et en physique : enjeux épistémologiques et didactiques. Dans M. Bächtold, V. Durand-Guerrier et V. Munier (dir), *Epistémologie et didactique : synthèses et études de cas en mathématiques et en sciences expérimentales* (p.95-111). Besançon : Presses Universitaires de Franche-Comté.

Munier, V. & Chesnais, A. (2020). Différencier aspects empiriques et théoriques de la mesure : un levier pour l'enseignement et l'apprentissage en physique et en mathématiques ? à paraître dans les actes des 11<sup>e</sup> rencontres scientifiques de l'ARDIST.

OECD. (2009). *Learning Mathematics for Life. A perspective from PISA*. ISSN: 19963777 (on line) <https://doi.org/10.1787/19963777>.

Perdijon, J. (2012). *La mesure, histoire, sciences et technique*. Vuibert.

Perrin, D. (2011) *Mathématiques d'école. Nombres, mesures et géométrie*. Cassini 402p.

Séré, M. G., Winther, J., Le Maréchal J.F. & Tiberghien, A. (2001). Le projet européen "Labwork in Science Education" Bilan et perspectives. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 839, 1727-1740.

Smith, J.P., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Teppo, A. (2011). Learning, teaching, and using measurement: introduction to the issue. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 43, 667–820.